KATEDRA
INFORMATIKY
UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI

Dvourozměrné objekty

Počítačová grafika

Mgr. Markéta Trnečková, Ph.D.

Dvourozměrné objekty

- **Liniový charakter**:
  - úsečky, lomené čáry
  - křivky, kružnice
- **Plošný charakter**:
  - kruhy
  - vyplněné mnohoúhelníky
- **Rasterizace** – vykreslení objektu do rastru

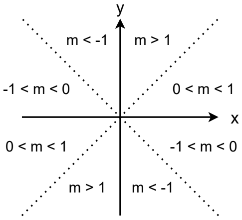
Opakování – vztahy mezi pixely

- pixel p ([x,y])
- **4-sousedé** ($N_4(p)$) – [x−1,y], [x+1,y], [x,y−1] a [x,y+1]
- **8-sousedé** ($N_8(p)$) – $N_4(p)$ a [x−1,y−1], [x−1,y+1], [x+1,y−1] a [x+1,y+1]

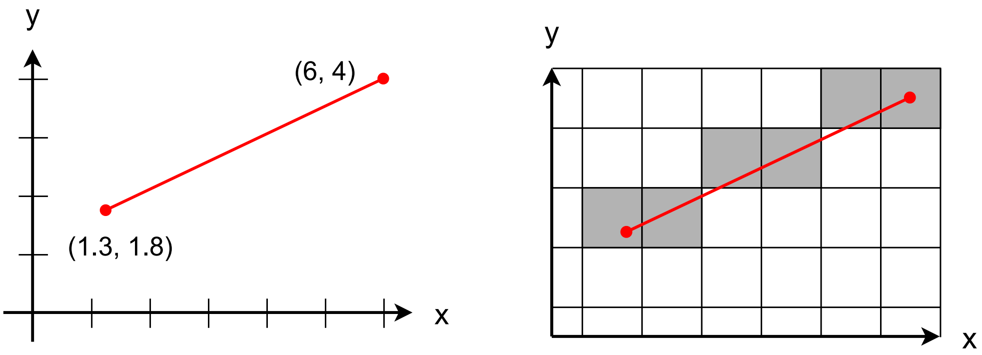
- **Digitální cesta** z pixelu p ([x,y]) do q ([s,t]) – sekvence sousedních pixelů
- **4-cesta**, **8-cesta**
- **Spojité** pixely p ([x,y]), q ([s,t]) – existuje cesta
- **4-spojité**, **8-spojité**
- **Komponenta** – množina spojitých pixelů
- **4-komponenta**, **8-komponenta**
- **Oblast** (region) – množinu pixelů, která je tvořena jednou komponentou

Úsečka a lomená čára

- **Úsečka** – část přímky
- **Koncové body úsečky**: $[x_1, y_1]$ a $[x_2, y_2]$
- Při rasterizaci zadáváme – barvu, tloušťku a styl
- Sousednost pixelů hraje roli
- **Obecná rovnice přímky**: $ax + by + c = 0$
- **Parametrická rovnice přímky**: $x = a_1 + t \cdot u_1$, $y = a_2 + t \cdot u_2$
- **Směrnice přímky**: $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$



Spojité a rastrové zobrazení čáry



Algoritmus DDA

1. Z koncových bodů $[x_1, y_1]$ a $[x_2, y_2]$ urči směrnici m
2. Inicializuj bod $[x, y]$ hodnotou $[x_1, y_1]$
3. Dokud je $x \leq x_2$, opakuj:
   1. Vykresli bod $[x, zaokrouhlene(y)]$
   2. $x = x + 1$
   3. $y = y + m$

Z parametrické rovnice přímky – iterační zápis

$x_{k+1} = x_k + 1,$

$y_{k+1} = y_k + m$

Příklad

Jak bychom algoritmus modifikovali, abychom vykreslili 4-spojitou úsečku?

Bresenhamův algoritmus

Princip

Obecná rovnice přímky . . . $y = mx + b$

$y = m(x_i + 1) + b$

Vzdálenosti

$d_1 = y - y_i = m(x_i + 1) + b - y_i$

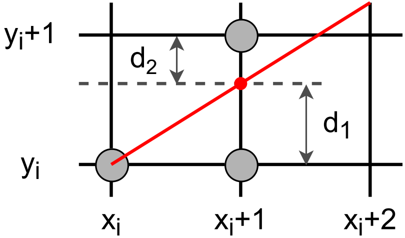
$d_2 = y_i + 1 - y = y_i + 1 - m(x_i + 1) - b$

$\Delta d = d_1 - d_2 = 2m(x_i + 1) - 2y_i + 2b - 1$

$p_i = \Delta d \Delta x =$

$2\Delta y x_i - 2\Delta x y_i + 2\Delta y + \Delta x(2b - 1)$

$2\Delta y + \Delta x(2b - 1)$ konstanta



Rozhodovací člen

$p_{i+1} = 2\Delta y x_{i+1} - 2\Delta x y_{i+1} + konstanta$

$p_{i+1} = p_i + 2\Delta y - 2\Delta x(y_{i+1} - y_i)$

Celkem

$p_i \leq 0 \ldots p_{i+1} = p_i + 2\Delta y$

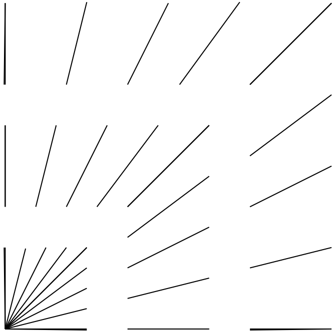
$p_i > 0 \ldots p_{i+1} = p_i + 2\Delta y - 2\Delta x$

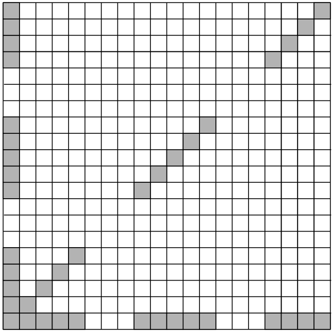
Bresenhamův algoritmus

1. Z koncových bodů $[x_1, y_1]$ a $[x_2, y_2]$ urči konstanty
   $k_1 = 2\Delta y$
   $k_2 = 2(\Delta y - \Delta x)$
2. Inicializuj rozhodovací člen p na hodnotu $2(\Delta y - \Delta x)$
3. Inicializuj bod $[x, y]$ hodnotou $[x_1, y_1]$
4. Vykresli bod $[x, y]$
5. Dokud je $x \leq x_2$, opakuj:
   1. $x = x + 1$
   2. Je-li p kladné pak $y = y + 1$ a $p = p + k_2$
   3. Není-li p kladné pak $p = p + k_1$
   4. Vykresli bod $[x, y]$

Přerušovaná čára

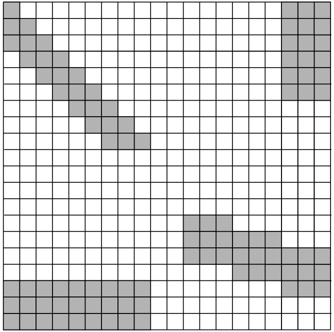
- **Zadání**: pomocí úseků – plný a prázdný
- **Vzor**: několik úseků

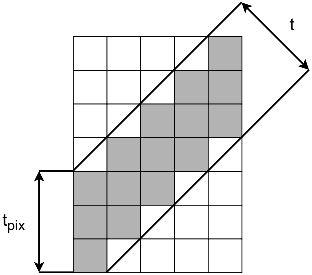




Silná čára

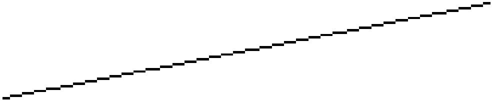
- **Naivní přístup**: vykreslení více pixelů nad (vedle) sebe
- **Výpočet tloušťky ze sklonu**: $t_{pix} = t\frac{\sqrt{(\Delta x)^2+(\Delta y)^2}}{|\Delta x|}$





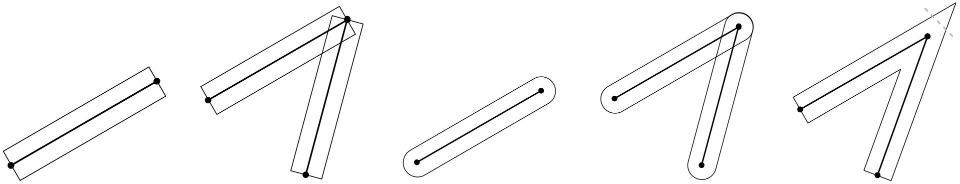
Antialias úseček

- Místo černé barvy se pixelu přiřazuje barva v závislosti, jak je pixel daleko od úsečky.
- V DDA
  - x: y - floor(y)
  - y: ceil(y) - y



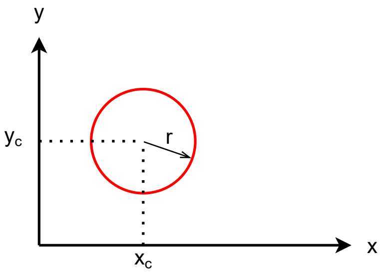
Napojení čar

- Tlustá čára = obdélník, obdélník zakončený do oblouku
- Tlustá lomená čára = mnohoúhelník



Kružnice

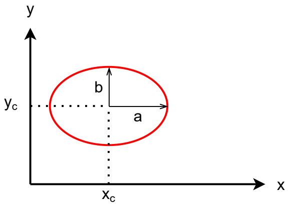
- **Zadání**: střed $[x_c, y_c]$ a poloměr r
- Rasterizujeme kružnici v počátku a posuneme



Elipsa

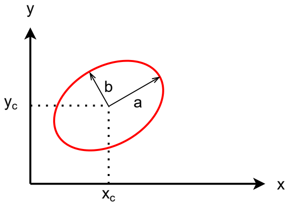
Elipsa – hlavní a vedlejší osy rovnoběžné s osami x a y

- **Zadání**: střed $[x_c, y_c]$ a velikost obou poloos a a b
- Rasterizujeme v počátku a pak posouváme



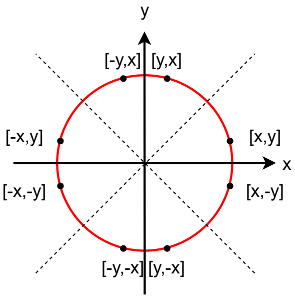
Elipsa – obecně orientovaná hlavní a vedlejší osa

- **Zadání**: střed $[x_c, y_c]$ a poloměr r
- Rasterizujeme jako elipsu s osami rovnoběžnými a pak otáčíme



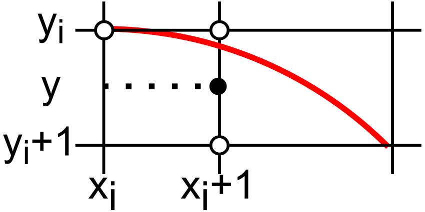
Rasterizace kružnice

- Rasterizace:
  - Série lomených čar
  - Rasterizace kružnice
- Kružnice je symetrická podle středu
- Stačí rasterizovat $1/8$ bodů



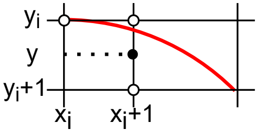
Bresenhamův algoritmus

- **Midpoint algoritmus**
- pouze celočíselná aritmetika
- rasterizujeme 1. oktant
- x-ová souřadnice bodů na kružnici se vždy zvyšuje o 1
- y-ová je stejná nebo o 1 menší
- začínáme v bodě $[0, r]$
- končíme v bodě, kde $x = y$



Bresenhamův algoritmus

- **Obecná rovnice**: $F(x, y) : x^2 + y^2 + r^2 = 0$
- $F(x, y) < 0$ – bod leží uvnitř, $F(x, y) > 0$ – bod leží vně
- Máme bod na kružnici: $[x_i, y_i]$
- Následující bod: $[x_i + 1, y_i]$ nebo $[x_i + 1, y_i - 1]$ (kandidáti)
- **Midpoint**: $[x_i + 1, y_i - 1/2]$
- Zjišťujeme, zda je uvnitř, nebo vně – rozhodovací člen
- $p_i = F(x_i + 1, y_i - 1/2) = (x_i + 1)^2 + (y_i - 1/2)^2 + r^2$
- Pokud je $p_i < 0$, bod leží blíže bodu $[x_i + 1, y_i]$
- Pokud $p_i > 0$ vybereme bod $[x_i + 1, y_i - 1]$
- **Iterační výpočet rozhodovacího členu**:
  $p_{i+1} = p_i + 2x_i + 3 + (y_i - 1/2)^2 + (y_{i+1} - 1/2)^2$
- Pro celočíselnou aritmetiku upravíme:
  $p_{i+1} = p_i + 2x_i + 3$ pro $p_i \leq 0$
  $p_{i+1} = p_i + 2x_i + 5 - 2y_i$ pro $p_i > 0$



Bresenhamův algoritmus

1. Inicializuj pomocné proměnné: $devx = 3$, $devy = 2r - 2$
2. Inicializuj rozhodovací člen $p = 1 - r$
3. Inicializuj $[x, y] = [0, r]$
4. Dokud je $x \leq y$ opakuj:
    1. Vykresli 8 bodů symetrických s bodem $[x, y]$
    2. Je-li p kladné pak
       $p = p - devy$
       $devy = devy - 2$
       $y = y - 1$
    3. $p = p + devx$
    4. $devx = devx + 2$
    5. $x = x + 1$

Rasterizace elipsy

- Elipsa je symetrická podle středu
- Stačí rasterizovat $1/4$ bodů
- Řídící osa se v průběhu výpočtu mění
- V bodě, kde je směrnice tečny -1
- **Bod**: $[\frac{a^2}{\sqrt{a^2+b^2}}, \frac{b^2}{\sqrt{a^2+b^2}}]$
- Rasterizace obdobná jako u kružnice
- V části rasterizované dle řídící osy x:
  Rozhodovací člen
  $p_{i+1} = p_i + b^2(2x_i + 1)$ pro $p_i \leq 0$
  $p_{i+1} = p_i + b^2(2x_i + 1) - 2a^2 y_i$ pro $p_i > 0$.