

Filtrování

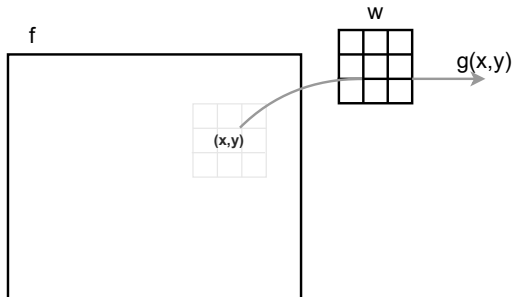
Počítačová grafika

Mgr. Markéta Trnečková, Ph.D.



Palacký University, Olomouc

- **Operace s okolím**, neighbourhood operations
- **Vstupní obraz** f
- **Výstupní obraz** g
- **Filtr** (maska) w
 - Lineární filtry
 - Nelineární filtry



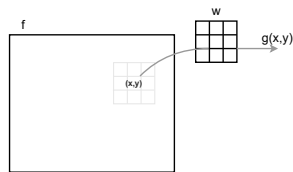
- w velikosti 3×3

- $g(x, y) = w(-1, -1)f(x - 1, y - 1) + w(-1, 0)f(x - 1, y) + \dots + w(1, 1)f(x + 1, y + 1)$

- **Obecně** filtr velikosti $m \times n$ ($m = 2a + 1$ a $n = 2b + 1$)

- $g(x, y) = \sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b w(s, t)f(x + s, y + t)$

- **zero padding**: zvětšení o a na obou koncích ve směru x a o b ve směru y



- **Korelace** = postup posunu masky po obraze a součet prvků pod maskou vynásobených koeficienty v masce
- $w(x, y) \star f(x, y) = \sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b w(s, t) f(x + s, y + t)$
- **Konvoluce** = korelace s maskou otočenou o 180°
- $w(x, y) \star f(x, y) = \sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b w(s, t) f(x - s, y - t)$

Příklad

$$f(x) \quad \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \hline \end{array}$$

$$w \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 \\ \hline \end{array}$$

Korelace a konvoluce



$$\begin{array}{l} f(x) \quad \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{1} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} \\ w \quad \boxed{1} \boxed{2} \boxed{3} \\ g(x) \quad \boxed{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} f(x) \quad \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{1} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} \\ w \quad \boxed{1} \boxed{2} \boxed{3} \\ g(x) \quad \boxed{0} \boxed{3} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} f(x) \quad \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{1} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} \\ w \quad \boxed{1} \boxed{2} \boxed{3} \\ g(x) \quad \boxed{0} \boxed{3} \boxed{2} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} f(x) \quad \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{1} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} \\ w \quad \boxed{1} \boxed{2} \boxed{3} \\ g(x) \quad \boxed{0} \boxed{3} \boxed{2} \boxed{1} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} f(x) \quad \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{1} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} \\ w \quad \boxed{1} \boxed{2} \boxed{3} \\ g(x) \quad \boxed{0} \boxed{3} \boxed{2} \boxed{1} \boxed{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} f(x) \quad \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{1} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} \\ w \quad \boxed{3} \boxed{2} \boxed{1} \\ g(x) \quad \boxed{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} f(x) \quad \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{1} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} \\ w \quad \boxed{3} \boxed{2} \boxed{1} \\ g(x) \quad \boxed{0} \boxed{1} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} f(x) \quad \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{1} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} \\ w \quad \boxed{3} \boxed{2} \boxed{1} \\ g(x) \quad \boxed{0} \boxed{1} \boxed{2} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} f(x) \quad \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{1} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} \\ w \quad \boxed{3} \boxed{2} \boxed{1} \\ g(x) \quad \boxed{0} \boxed{1} \boxed{2} \boxed{3} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} f(x) \quad \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{1} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} \\ w \quad \boxed{3} \boxed{2} \boxed{1} \\ g(x) \quad \boxed{0} \boxed{1} \boxed{2} \boxed{3} \boxed{0} \end{array}$$

- prvky matice rovny $1/(m \cdot n)$
- maska 3×3
$$\begin{bmatrix} 1/9 & 1/9 & 1/9 \\ 1/9 & 1/9 & 1/9 \\ 1/9 & 1/9 & 1/9 \end{bmatrix}$$
- **Vážené průměrování** – prvky blíže mají vyšší váhu
- maska 3×3
$$\begin{bmatrix} 1/16 & 2/16 & 1/16 \\ 2/16 & 4/16 & 2/16 \\ 1/16 & 2/16 & 1/16 \end{bmatrix}$$

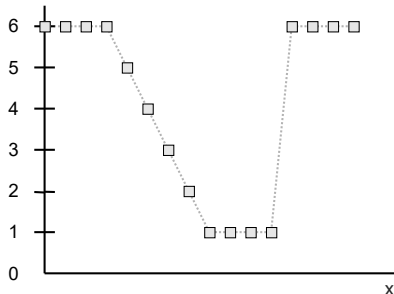


Maska velikosti 3×3 .



Maska velikosti 10×10 .

- založené na derivaci – 1. a 2. derivace
- **konstantní, přechod, skok**



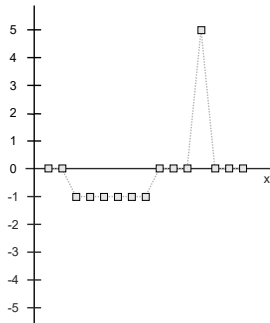
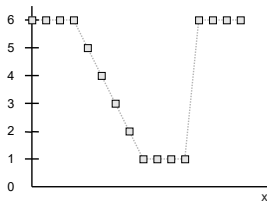
1. derivace



- je rovna 0 v oblastech s konstantní intenzitou
- nenulová na počátku na přechodech a skocích
- nenulová podél přechodu

■ **Příklad:**

$$\frac{\partial f}{\partial x} = f(x + 1) - f(x)$$



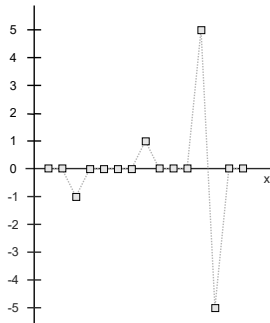
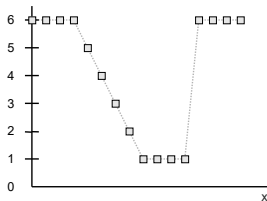
2. derivace



- je rovna 0 v oblastech s konstantní intenzitou
- nenulová na počátku a na konci přechodů a skoků
- nulová podél přechodu

■ Příklad:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1) + f(x-1) - 2f(x)$$



- **Vertikální:** $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1, y) + f(x-1, y) - 2f(x, y)$
- **Horizontální:** $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = f(x, y+1) + f(x, y-1) - 2f(x, y)$
- **Dohromady:** $\nabla^2 = f(x+1, y) + f(x-1, y) + f(x, y+1) + f(x, y-1) - 4f(x, y)$

- **Filtr:**

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

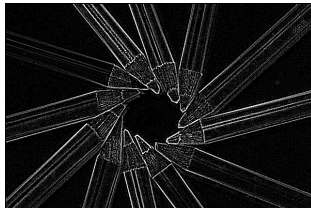
- **Diagonální:** $f(x+1, y-1) + f(x-1, y+1) - 2f(x, y)$ a $f(x-1, y-1) + f(x+1, y+1) - 2f(x, y)$

- **Filtr:**

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -8 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$



Původní obraz.



Hrany v obraze.



Zvýrazněné hrany.

- diagonální hrany

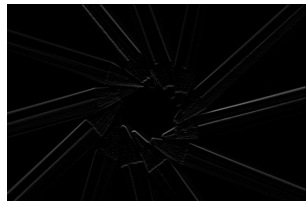
- $\nabla f(x, y) = (f(x, y) - f(x - 1, y)) + (f(x, y + 1) - f(x + 1, y))$

- **Filtr:**

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$$



Původní obraz.



Hrany v obraze.

- **Vodorovné hrany:**

- $\frac{\partial f}{\partial x} = (f(x+1, y-1) + 2f(x+1, y) + f(x+1, y+1)) - (f(x-1, y-1) + 2f(x-1, y) + f(x-1, y+1))$

- **Filtr:**

$$\begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

- **Svislé hrany:**

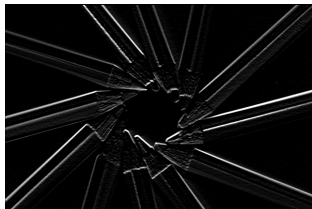
- $\frac{\partial f}{\partial y} = (f(x-1, y+1) + 2f(x, y+1) + f(x+1, y+1)) - (f(x-1, y-1) + 2f(x, y-1) + f(x+1, y-1))$

- **Filtr:**

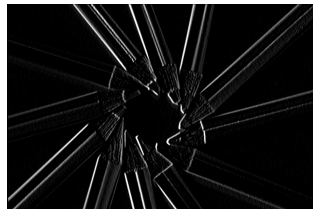
$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Původní obraz.



Vodorovné hrany v obraze.



Svislé hrany v obraze.

- **Vodorovné hrany:**

- $\frac{\partial f}{\partial x} = (f(x+1, y-1) + 2f(x+1, y) + f(x+1, y+1)) - (f(x-1, y-1) + 2f(x-1, y) + f(x-1, y+1))$

- **Filtr:**

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

- **Svislé hrany:**

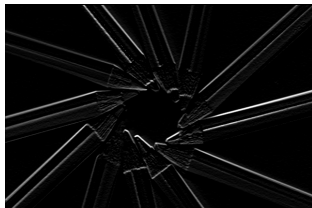
- $\frac{\partial f}{\partial y} = (f(x-1, y+1) + 2f(x, y+1) + f(x+1, y+1)) - (f(x-1, y-1) + 2f(x, y-1) + f(x+1, y-1))$

- **Filtr:**

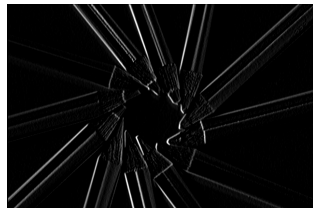
$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Původní obraz.



Vodorovné hrany v obraze.

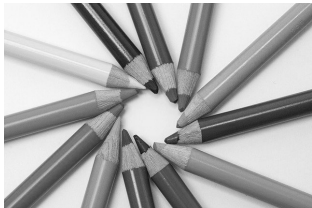


Svislé hrany v obraze.

- nelze je zadat maskou
- volí se velikost okolí, na pixely v okolí je aplikována nelineární operace
- $g(x, y)$ a okolí 3×3 , vezmeme hodnoty v okolí $f(x, y) - f(x - 1, y - 1), f(x - 1, y), \dots, f(x + 1, y + 1)$

Percentilové filtry (statistické)

- 0. percentil – nejmenší hodnota v okolí (*min filtr*)
- 50. percentil – střední hodnota v okolí (*median filtr*)
- 100. percentil – největší hodnota v okolí (*max filtr*)



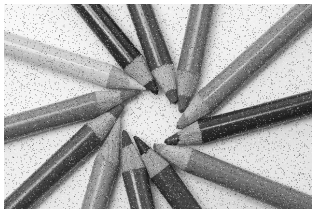
Původní obraz.



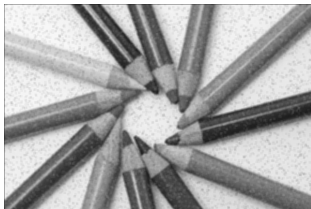
Min filtr.



Max filtr.



Původní obraz.



Filtrování průměrováním.



Mediánová filtrace.



- nepracujeme s intenzitami, každý pixel = vektor hodnot

RGB

$$g(x, y) = \begin{bmatrix} \frac{1}{(2a+1) \cdot (2b+1)} \sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b f_r(x+s, y+t) \\ \frac{1}{(2a+1) \cdot (2b+1)} \sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b f_g(x+s, y+t) \\ \frac{1}{(2a+1) \cdot (2b+1)} \sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b f_b(x+s, y+t) \end{bmatrix}$$

HSI

pouze jasová složka I



Původní obraz.



Filtrace v RGB.



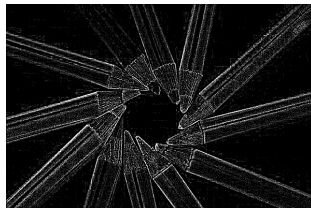
Filtrace v HSI.



Filtrace v RGB.



Filtrace v HSI.



Rozdíl.



RGB

$$g(x, y) = \begin{bmatrix} \nabla^2 = f_r(x+1, y) + f_r(x-1, y) + f_r(x, y+1) + f_r(x, y-1) - 4f_r(x, y) \\ \nabla^2 = f_g(x+1, y) + f_g(x-1, y) + f_g(x, y+1) + f_g(x, y-1) - 4f_g(x, y) \\ \nabla^2 = f_b(x+1, y) + f_b(x-1, y) + f_b(x, y+1) + f_b(x, y-1) - 4f_b(x, y) \end{bmatrix}$$

HSI

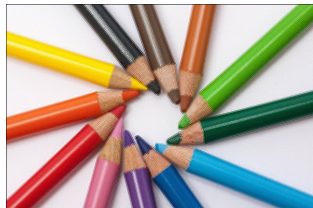
pouze jasová složka I



Původní obraz.



Filtrace v RGB.



Filtrace v HSI.