

Dvourozměrné objekty

Počítačová grafika

Mgr. Markéta Trnečková, Ph.D.

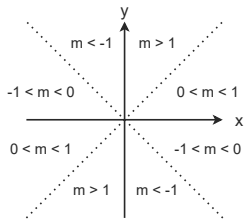


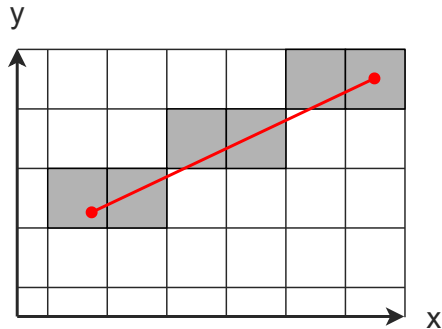
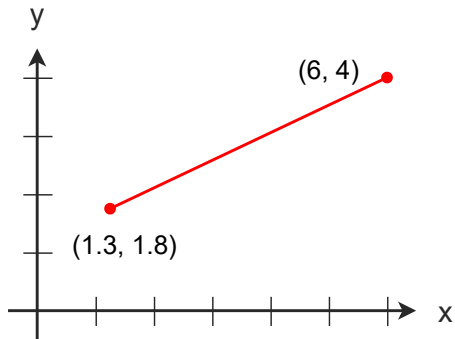
Palacký University, Olomouc



- **Liniový charakter:**
 - úsečky, lomené čáry
 - křivky
- **Plošný charakter:**
 - kružnice, elipsy
 - mnohoúhelníky
- **Rasterizace** – vykreslení objektu do rastru

- **Úsečka** – část přímky
- **Koncové body úsečky**: $[x_1, y_1]$ a $[x_2, y_2]$
- Při rasterizaci zadáváme – barvu, tloušťku a styl
- Sousednost pixelů hraje roli
- **Obecná rovnice přímky**: $ax + by + c = 0$
- **Parametrická rovnice přímky**: $x = a_1 + t \cdot u_1$,
 $y = a_2 + t \cdot u_2$
- **Směrnice přímky**: $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$







- 1 Z koncových bodů $[x_1, y_1]$ a $[x_2, y_2]$ urči směrnici m
- 2 Inicializuj bod $[x, y]$ hodnotou $[x_1, y_1]$
- 3 Dokud je $x \leq x_2$, opakuj:
 - 1 Vykresli bod $[x, \text{zaokrouhlene}(y)]$
 - 2 $x = x + 1$
 - 3 $y = y + m$

Z parametrické rovnice přímky – iterační zápis

$$x_{k+1} = x_k + 1,$$

$$y_{k+1} = y_k + m$$

Example

Jak bychom algoritmus modifikovali, abychom vykreslili 4-spojitou úsečku?

Princip

Obecná rovnice přímky ... $y = mx + b$

$$y = m(x_i + 1) + b$$

Vzdálenosti

$$d_1 = y - y_i = m(x_i + 1) + b - y_i$$

$$d_2 = y_i + 1 - y = y_i + 1 - m(x_i + 1) - b$$

$$\Delta d = d_1 - d_2 = 2m(x_i + 1) - 2y_i + 2b - 1$$

$$p_i = \Delta d \Delta x =$$

$$2\Delta y x_i - 2\Delta x y_i + 2\Delta y + \Delta x(2b - 1)$$

$$2\Delta y + \Delta x(2b - 1) \text{ konstanta}$$

Rozhodovací člen

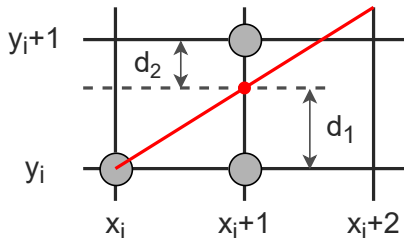
$$p_{i+1} = 2\Delta y x_{i+1} - 2\Delta x y_{i+1} + \text{konstanta}$$

$$p_{i+1} = p_i + 2\Delta y - 2\Delta x(y_{i+1} - y_i)$$

Celkem

$$p_i \leq 0 \dots p_{i+1} = p_i + 2\Delta y$$

$$p_i > 0 \dots p_{i+1} = p_i + 2\Delta y - 2\Delta x$$



- 1 Z koncových bodů $[x_1, y_1]$ a $[x_2, y_2]$ urči konstanty

$$k_1 = 2\Delta y$$

$$k_2 = 2(\Delta y - \Delta x)$$

- 2 Inicializuj rozhodovací člen p na hodnotu $2(\Delta y - \Delta x)$

- 3 Inicializuj bod $[x, y]$ hodnotou $[x_1, y_1]$

- 4 Vykresli bod $[x, y]$

- 5 Dokud je $x \leq x_2$, opakuj:

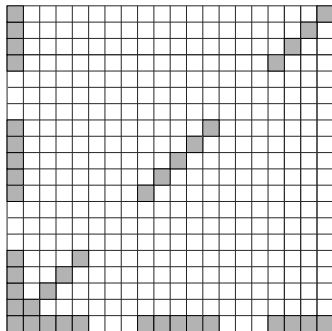
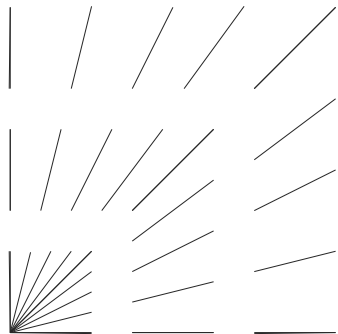
- 1 $x = x + 1$

- 2 Je-li p kladné pak $y = y + 1$ a $p = p + k_2$

- 3 Není-li p kladné pak $p = p + k_1$

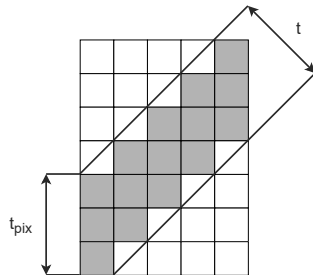
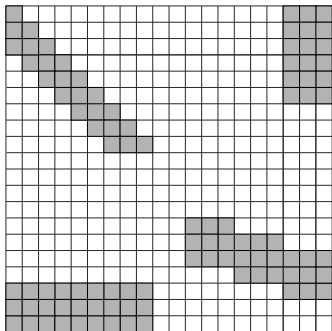
- 4 Vykresli bod $[x, y]$

- **Zadání:** pomocí úseků – plný a prázdný
- **Vzor:** několik úseků

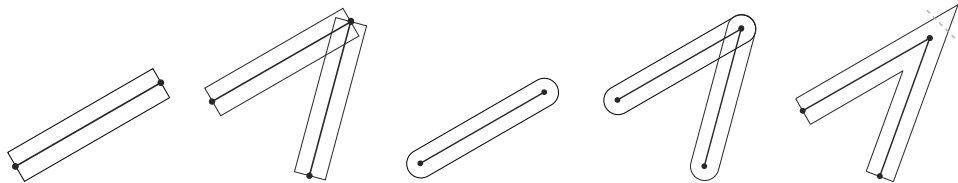


■ **Naivní přístup:** vykreslení více pixelů nad (vedle) sebe

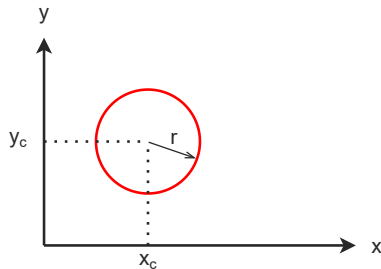
■ **Výpočet tloušťky ze sklonu:** $t_{pix} = t \frac{\sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}}{|\Delta x|}$



- Tlustá čára = obdélník, obdélník zakončený do oblouku
- Tlustá lomená čára = mnohoúhelník

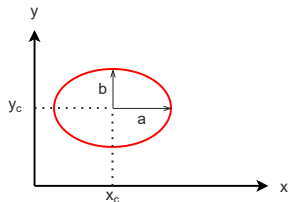


- **Zadání:** střed $[x_c, y_c]$ a poloměr r
- Rasterizujeme kružnici v počátku a posuneme



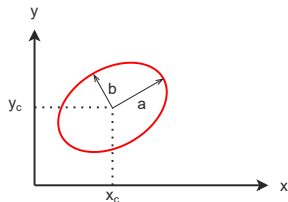
Elipsa – hlavní a vedlejší osy rovnoběžné s osami x a y

- **Zadání:** střed $[x_c, y_c]$ a velikost obou poloos a a b
- Rasterizujeme v počátku a pak posouváme

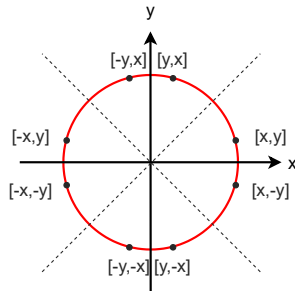


Elipsa – obecně orientovaná hlavní a vedlejší osa

- **Zadání:** střed $[x_c, y_c]$ a poloměr r
- Rasterizujeme jako elipsu s osami rovnoběžnými a pak otáčíme

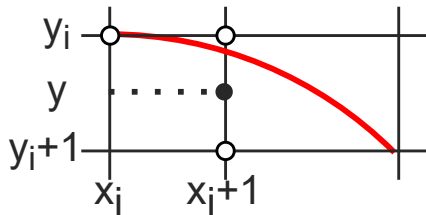


- Rasterizace:
 - Série lomených čar
 - Rasterizace kružnice
- Kružnice je symetrická podle středu
- Stačí rasterizovat 1/8 bodů

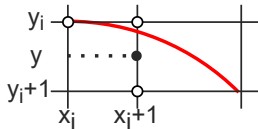


■ Midpoint algoritmus

- pouze celočíselná aritmetika
- rasterizujeme 1. oktant
- x -ová souřadnice bodů na kružnici se vždy zvyšuje o 1
- y -ová je stejná nebo o 1 menší
- začínáme v bodě $[0, r]$
- končíme v bodě, kde $x = y$



- **Obecná rovnice:** $F(x, y) : x^2 + y^2 + r^2 = 0$
- $F(x, y) < 0$ – bod leží uvnitř, $F(x, y) > 0$ – bod leží vně
- Máme bod na kružnici: $[x_i, y_i]$
- Následující bod: $[x_i + 1, y_i]$ nebo $[x_i + 1, y_i - 1]$ (kandidáti)
- **Midpoint:** $[x_i + 1, y_i - 1/2]$
- Zjišťujeme, zda je uvnitř, nebo vně – rozhodovací člen
- $p_i = F(x_i + 1, y_i - 1/2) = (x_i + 1)^2 + (y_i - 1/2)^2 + r^2$
- Pokud je $p_i < 0$, bod leží blíže bodu $[x_i + 1, y_i]$
- Pokud $p_i > 0$ vybereme bod $[x_i + 1, y_i - 1]$
- **Iterační výpočet rozhodovacího členu:**
$$p_{i+1} = p_i + 2x_i + 3 + (y_i - 1/2)^2 + (y_{i+1} - 1/2)^2$$
- Pro celočíselnou aritmetiku upravíme:
$$p_{i+1} = p_i + 2x_i + 3 \text{ pro } p_i \leq 0$$
$$p_{i+1} = p_i + 2x_i + 5 - 2y_i \text{ pro } p_i > 0$$





- 1 Inicializuj pomocné proměnné: $devx = 3$, $devy = 2r - 2$
- 2 Inicializuj rozhodovací člen $p = 1 - r$
- 3 Inicializuj $[x, y] = [0, r]$
- 4 Dokud je $x \leq y$ opakuj:
 - 1 Vykresli 8 bodů symetrických s bodem $[x, y]$
 - 2 Je-li p kladné pak
$$p = p - devy$$
$$devy = devy - 2$$
$$y = y - 1$$
 - 3 $p = p + devx$
 - 4 $devx = devx + 2$
 - 5 $x = x + 1$

- Elipsa je symetrická podle středu
- Stačí rasterizovat 1/4 bodů
- Řídící osa se v průběhu výpočtu mění
- V bodě, kde je směrnice tečny -1
- **Bod:** $\left[\frac{a^2}{\sqrt{a^2+b^2}}, \frac{b^2}{\sqrt{a^2+b^2}} \right]$
- Rasterizace obdobná jako u kružnice
- V části rasterizované dle řídící osy x :

Rozhodovací člen

$$p_{i+1} = p_i + b^2(2x_i + 1) \text{ pro } p_i \leq 0$$

$$p_{i+1} = p_i + b^2(2x_i + 1) - 2a^2y_i \text{ pro } p_i > 0.$$

