Dvourozměrné objekty

Počítačová grafika

Mgr. Markéta Trnečková, Ph.D.

Palacký University, Olomouc

Přímka

Obecná rovnice

$ax + by + c = 0$

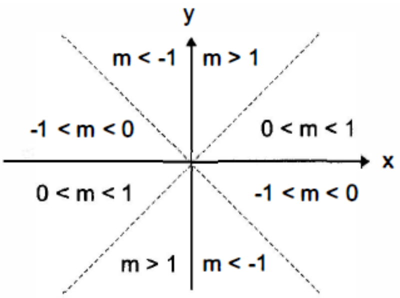
Parametrická rovnice

$x = a_1 + t \cdot u_1,$

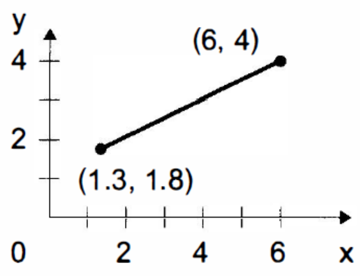
$y = a_2 + t \cdot u_2$

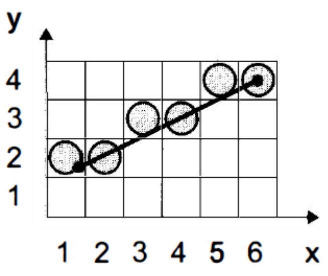
Směrnice přímky

$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$



Spojité a rastrové zobrazení čáry





Algoritmus DDA

1. Z koncových bodů $[x_1, y_1]$ a $[x_2, y_2]$ urči směrnici m
2. Inicializuj bod $[x, y]$ hodnotou $[x_1, y_1]$
3. Dokud je $x \leq x_2$, opakuj:
    1. Vykresli bod $[x, zaokrouhlene(y)]$
    2. $x = x + 1$
    3. $y = y + m$

Z parametrické rovnice přímky – iterační zápis

$x_{k+1} = x_k + 1,$

$y_{k+1} = y_k + m$

Bresenhamův algoritmus

Princip

Obecná rovnice přímky ... $y = mx + b$

$y = m(x_i + 1) + b$

Vzdálenosti

$d_1 = y - y_i = m(x_i + 1) + b - y_i$

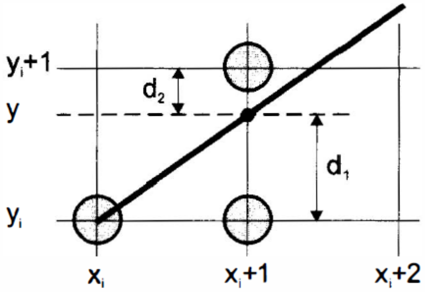
$d_2 = y_i + 1 - y = y_i + 1 - m(x_i + 1) - b$

$\Delta d = d_1 - d_2 = 2m(x_i + 1) - 2y_i + 2b - 1$

$p_i = \Delta d \Delta x =$

$2\Delta y x_i - 2\Delta x y_i + 2\Delta y + \Delta x(2b - 1)$

$2\Delta y + \Delta x(2b - 1)$ konstanta



Rozhodovací člen

$p_{i+1} = 2\Delta y x_{i+1} - 2\Delta x y_{i+1} + konstanta$

$p_{i+1} = p_i + 2\Delta y - 2\Delta x(y_{i+1} - y_i)$

Celkem

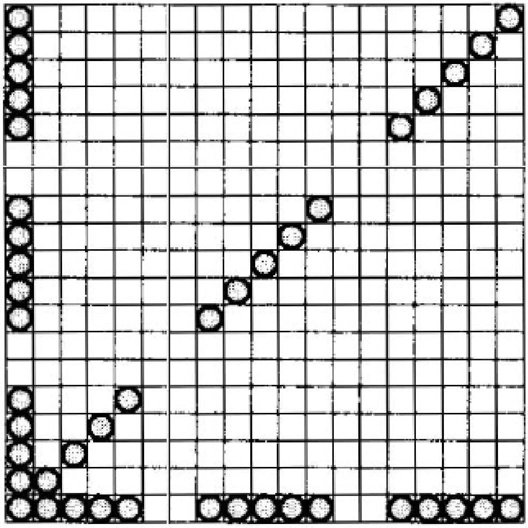
$p_i \leq 0 \ldots p_{i+1} = p_i + 2\Delta y$

$p_i > 0 \ldots p_{i+1} = p_i + 2\Delta y - 2\Delta x$

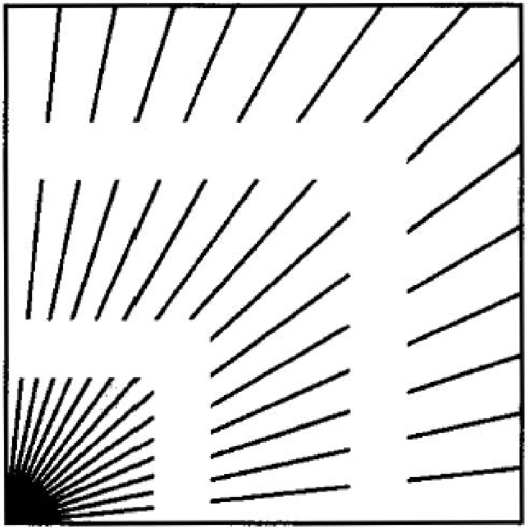
Bresenhamův algoritmus

1. Z koncových bodů $[x_1, y_1]$ a $[x_2, y_2]$ urči konstanty
   $k_1 = 2\Delta y$
   $k_2 = 2(\Delta y - \Delta x)$
2. Inicializuj rozhodovací člen p na hodnotu $2(\Delta y - \Delta x)$
3. Inicializuj bod $[x, y]$ hodnotou $[x_1, y_1]$
4. Vykresli bod $[x, y]$
5. Dokud je $x \leq x_2$, opakuj:
   1. $x = x + 1$
   2. Je-li p kladné pak $y = y + 1$ a $p = p + k_2$
   3. Není-li p kladné pak $p = p + k_1$
   4. Vykresli bod $[x, y]$

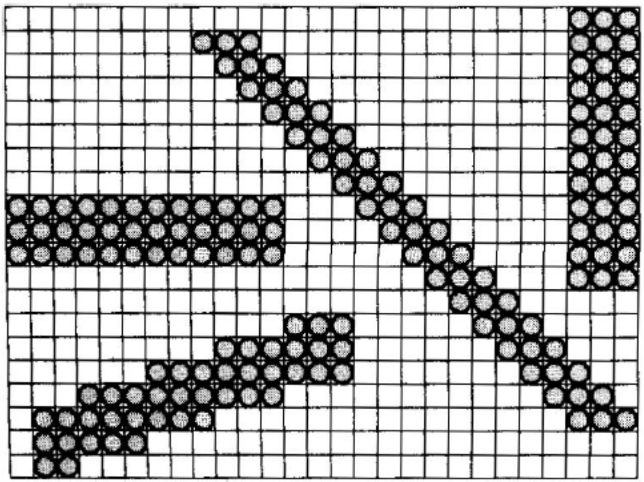
Přerušovaná čára



Přerušovaná čára

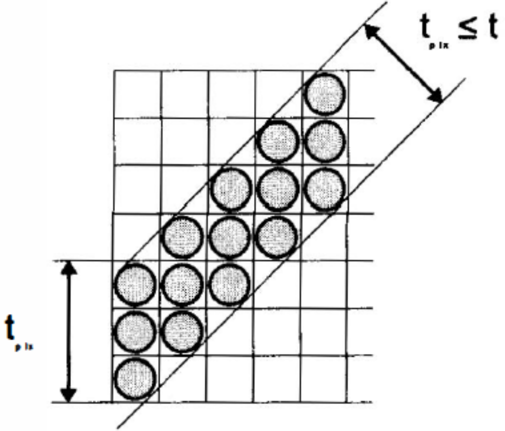


Silná čára

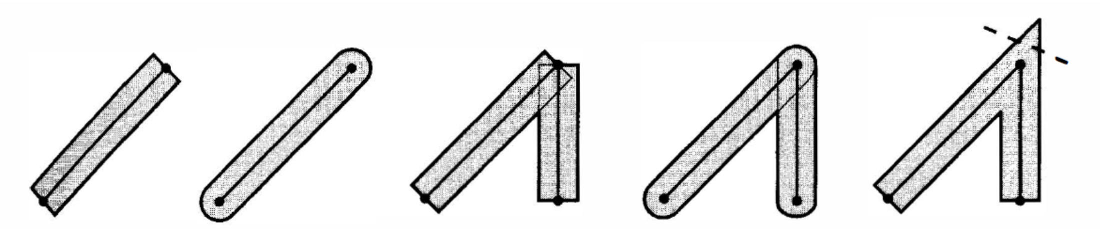


Silná čára

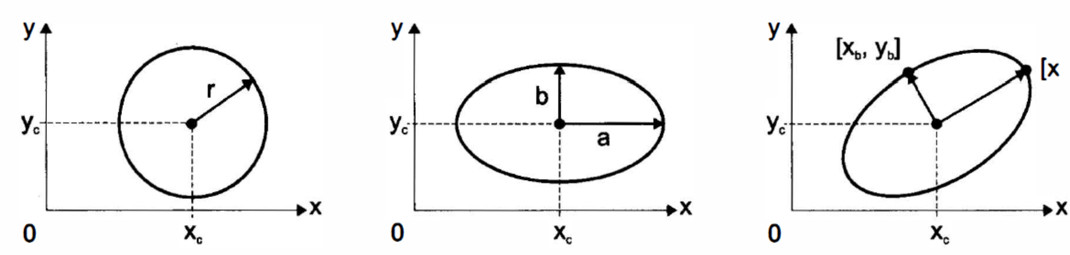
$$t_{pix} = t\frac{\sqrt{(\Delta x)^2+(\Delta y)^2}}{|\Delta x|}$$



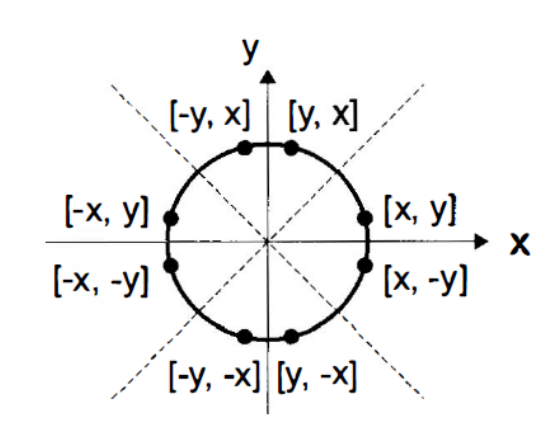
Napojení čar



Kružnice, elipsa



Rasterizace kružnice



Bresenhamův algoritmus

Princip

Obecná rovnice . . . $x^2 + y^2 + r^2 = 0$

$F(x, y) : x^2 + y^2 + r^2 = 0$

midpoint

$[x_i + 1, y_i - 1/2]$

$p_i = F(x_i + 1, y_i - 1/2) =$

$(x_i + 1)^2 + (y_i - 1/2)^2 + r^2$

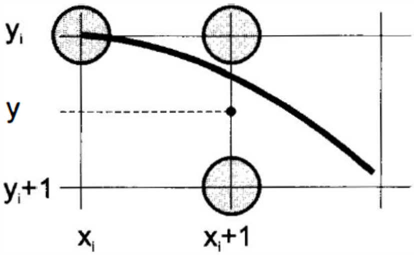
Rozhodovací člen

$p_{i+1} = p_i + 2x_i + 3 + (y_i - 1/2)^2 + (y_{i+1} - 1/2)^2$

Celkem

$p_i \leq 0 \ldots p_{i+1} = p_i + 2x_i + 3$

$p_i > 0 \ldots p_{i+1} = p_i + 2x_i + 5 - 2y_i$



Bresenhamův algoritmus

1. Inicializuj pomocné proměnné: $devx = 3$, $devy = 2r - 2$
2. Inicializuj rozhodovací člen $p = 1 - r$
3. Inicializuj $[x, y] = [0, r]$
4. Dokud je $x \leq y$ opakuj:
   1. Vykresli 8 bodů symetrických s bodem $[x, y]$
   2. Je-li p kladné pak
      $p = p - devy$
      $devy = devy - 2$
      $y = y - 1$
   3. $p = p + devx$
   4. $devx = devx + 2$
   5. $x = x + 1$

Rasterizace elipsy

Princip

$F(x, y) : b^2x^2 + a^2y^2 - a^2b^2 = 0$

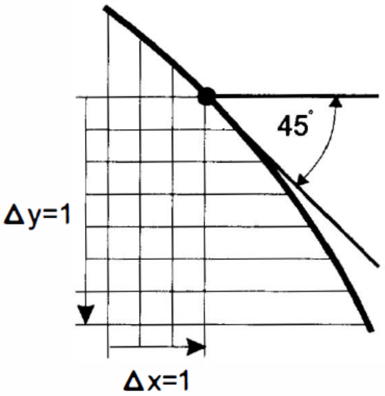
bod, kde se mění řídící osa

$[\frac{a^2}{\sqrt{a^2+b^2}}, \frac{b^2}{\sqrt{a^2+b^2}}]$

v části s řídící osou x

$p_i \leq 0 \ldots p_{i+1} = p_i + b^2(2x_i + 1)$

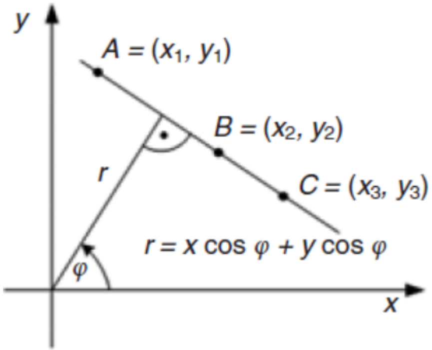
$p_i > 0 \ldots p_{i+1} = p_i + b^2(2x_i + 1) - 2a^2y_i$

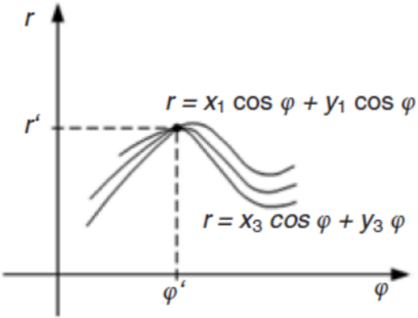


Detekce čar

polární rovnice

$r = x \cdot \cos\varphi + y \cdot \sin\varphi$





Algoritmus

1. Vstup: binární obraz, zajímají nás body $[x_i, y_i]$ takové, že $f(x_i, y_i) = 1$ (celkem jich je K)
2. Vytvoříme akumulátor A o velikosti MxN; vynulujeme
   Zvolíme vhodné dělení
   $\varphi_i = \frac{i\pi}{M}$
   $r_j = i\frac{j(r_{max} - r_{min}}{N}$
3. $j = 1$
4. $i = 1$
5. $\forall [x_k, y_k]$, $k = 1, \ldots K \ | f(x_i, y_i) = 1$ vypočítáme
   $r_j = x_k \cdot \cos \varphi_i + y_k \cdot \sin \varphi_i$
6. inkrementujeme $A(\varphi_i, r_j)$ o 1
7. opakujeme $\forall i = 2, \ldots M$ od bodu 5
8. opakujeme $\forall j = 2, \ldots N$ od bodu 4

Detekce kružnic

$$x = a + R\cos\varphi$$
$$x = b + R\sin\varphi$$